الموضوع رقم : **04**

التمرين الأول:

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية:

$$(1+i)z^2-2z+1-i=0$$

2. ليكن m عدد مركب طويلته $\sqrt{2}$.

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z حيث: (E) .... $mz^2-2z+\overline{m}=0$.

[يرمز $\overline{m}$ إلى مرافق العدد المركب m].

3. نضع الآن: $m=\sqrt{2}\cdot e^{i\alpha}$ حيث α عدد حقيقي.

أ) أثبت أن z_1 ؛ z_2 حلول المعادلة (E) تكتب كما يأتي: $z_1=e^{i\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)}$ ؛ $z_2=e^{-i\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)}$.

ب) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط M_1 ؛ M_2 و M ذات اللاحقات z_1 ؛ z_2 و $\left(z_1+z_2\right)$ علي الترتيب.

* أثبت أن: $\frac{z_1}{z_2}=i$ و استنتج أن الشعاعين $\overrightarrow{OM_1}$ و $\overrightarrow{OM_2}$ متعامدان.

* أثبت أن الرباعي OM_1MM_2 مربع.

التمرين الثاني:

أ) نعتبر كثير الحدود $P(x)$ للمتغير الحقيقي x حيث: $P(x)=2x^3+x^2-13x+6$.

1. تحقق أن $x=2$ حل للمعادلة: $P(x)=0$ ثم عين مجموعة حلولها.
2. حل في $\mathbb{R}$ كلا من المعادلتين ذات المجهول x الآتيتين:
   - $2(\ln x)^3+(\ln x)^2-13\ln x+6=0$.
   - $6e^{-3x}+e^{-x}-13e^{-2x}+2=0$.

ب) لتكن الأعداد الحقيقية الموجبة تماما a ؛ b ؛ c وحدود متعاقبة من متتالية هندسية .

1. بين أن الأعداد $\ln a$ ؛ $\ln b$ ؛ $\ln c$ بهذا الترتيب حدود متعاقبة من متتالية حسابية.
2. أحسب الأعداد الحقيقية a ؛ b ؛ c علما أن: $\begin{cases}\ln abc=21\\(\ln a)(\ln b)(\ln c)=-105\end{cases}$.

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ كما يأتي:

$$f(x) = x + 1 - \frac{2e^x}{e^x - 1}$$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بين أن f دالة فردية ثم عين نهاياتها عند كل من 0 ، $-\infty$ و $+\infty$.
2. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]1;2[$.
4. أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (Δ_1) و (Δ_2) معادلتاهما $y = x + 1$ و $y = x - 1$ على الترتيب.
5. ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لكل من (Δ_1) و (Δ_2). ثم أنشئ (Δ_1)، (Δ_2) و (C_f).